



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA

Dipartimento di Diritto, Economia e Finanza Internazionale

**Pietro A. Vagliasindi**

## **Scelte Pubbliche e Benessere.**

### **Indice**

PAGINA

<b>I. SCELTE PUBBLICHE E BENESSERE.....</b>	<b>0</b>
1. IL PARADOSSO DELLA MAGGIORANZA, TEOREMI DELL'IMPOSSIBILITÀ.....	0
2. CONSUMATORI E BENESSERE IN EQUILIBRIO PARZIALE .....	4
3. BENI PUBBLICI ED ESTERNALITÀ: MERCATO ED INTERVENTO PUBBLICO.....	9
4. LA VALUTAZIONE DEL BENESSERE COLLETTIVO, EQUITÀ E "BLISS POINT" .....	19
5. CENNI SUL <i>SECOND BEST</i> .....	20

### **I. SCELTE PUBBLICHE E BENESSERE**

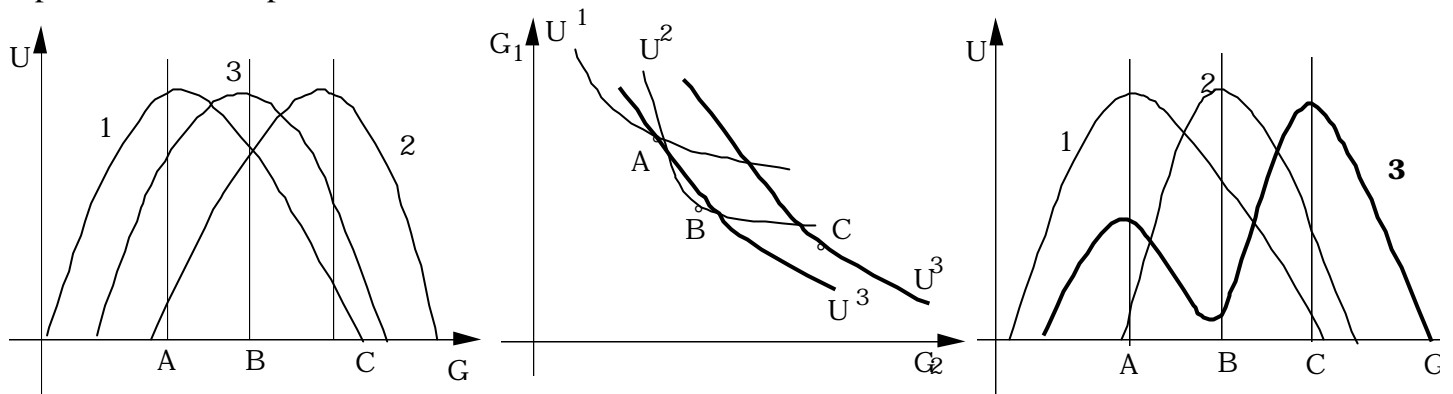
#### **1. Il paradosso della maggioranza, teoremi dell'impossibilità.**

Nel seguito esamineremo brevemente alcuni problemi relativi ai meccanismi decisionali basati sul voto quali il paradosso della maggioranza e l'impossibilità di giungere a scelte collettive simili a quelle individuali partendo dalle preferenze individuali (mostrando così i limiti del voto rispetto al mercato).

È utile innanzitutto premettere una breve discussione delle questioni derivanti dalla presenza di *preferenze a due punte* e dalla diversa intensità delle preferenze individuali. Solo le preferenze a punta unica (*single-peaked* come nella figura a sinistra) assicurano l'esistenza di un equilibrio nel voto a maggioranza, al di là dei problemi evidenziati in precedenza.

Non sempre tuttavia le preferenze hanno un unico valore massimo, specie se il problema è multi-dimensionale (come nel caso delle restanti due figure). Infatti sulla base delle curve di indifferenza (della figura centrale) relative a due diversi tipi di beni pubblici  $G_1$  e  $G_2$  nella figura a destra avremo una preferenza a due punte. Nasce così la possibilità di iniziare un ciclo (ed il

paradosso della maggioranza ciclica) quando esiste un individuo come quello di *tipo 3* con preferenze a due punte.



Per mostrare ciò ipotizziamo che le alternative vengano contrapposte a due a due e si abbia il seguente ordinamento delle preferenze (esposto in tabella) per i tre diversi individui, che si desume dal grafico a destra e può essere normale quando gli individui scelgono ad tra combinazioni di differenti beni pubblici  $G_1$  e  $G_2$ .

	1	2	3	
1 preferisce A a B e B a C	A	B	C	
2 preferisce B a C e C ad A	B	C	A	
3 preferisce C ad A e A a B	C	A	B	( <i>preferenze a due punte</i> )

In questo caso il risultato dipende dall'ordine della votazione: la proposta A vince su B ma viene poi battuta da C. Partendo invece da B questa vince su C ma viene poi battuta da A. La scelta definitiva dipende da chi ha il potere di fissare le modalità di voto; se questo spetta al 2 egli metterà a confronto A e C sapendo che la sua scelta B è preferita alla proposta che risulterà vincente C.

Altri problemi sorgono invece dal fatto che: (a) la maggioranza semplice non tiene conto dell'intensità delle preferenze individuali (problema che si potrebbe in parte superare assegnando ad ogni votante un punteggio da distribuire tra le preferenze violando il principio di ordinalità) e (b) scelte strettamente economico-finanziarie possono spesso essere abbinate a decisioni di carattere più prettamente politico in un'unica piattaforma e i votanti possono solo scegliere tra combinazioni inscindibili delle due sacrificando la scelta ritenuta al momento meno importante.

Vista l'inadeguatezza della maggioranza semplice nel decidere su più alternative, sono state proposte le seguenti procedure di scelta:

- *regola della pluralità* (o della maggioranza semplice, con votazione simultanea di tutte le proposte è scelta quella che totalizza il maggior numero di preferenze),
- *criterio di Condorcet* (secondo cui vince la proposta che sconfigge tutte le altre con la regola della maggioranza in successive votazioni su coppie alternative),
- *conta di Borda* (tra le m alternative vengono assegnati dei punteggi da 1 a m, passa quella che raggiunge il numero più alto di punti),
- *votazione esaustiva* (o ad eliminazione, si esclude un'alternativa alla volta per basso gradimento),

· *votazione approvativa* (si assegna un punto ad ogni proposta approvata e vince quella con maggior gradimento).

Mentre la pluralità tiene conto solo della prima preferenza dei votanti le altre considerano ulteriori informazioni, tuttavia tutti i sistemi hanno i loro problemi. Ad esempio può non esistere una soluzione con Condorcet come dimostra il paradosso della maggioranza ciclica.

Individui	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Ordine di	A	A	B	C	D	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B
preferenza	B	B	C	B	B	B	B	B	C	C	C	C	B	C	C
individuale	C	C	D	D	C	C	C	C	A	A	B	B	C	A	A
strategico	D	D	A	A	A						comportamento				

Nel primo esempio la proposta B risulta vincente con Condorcet, Borda, votazione esaustiva e approvativa (assumendo che la seconda scelta sia approvata), la proposta A vince con la pluralità.

Nel secondo esempio con Condorcet invece si ha la *tirannia della maggioranza* con la scelta A imposta agli individui 4 e 5. B risulta invece vincitore con Borda perché è in media il più alto nell'ordine di preferenza. La procedura dovuta a Borda gode anche di altre proprietà che le conferiscono stabilità e consistenza.

Tutti i sistemi si prestano tuttavia in misura minore o maggiore a manipolazioni da parte di gruppi. Conoscendo le preferenze degli altri 1 e 2 possono decidere di mentire (come nell'esempio 3) e dare 1 punto a B per far vincere A con 11 punti contro B con 10 e C con 9.

Secondo alcuni economisti è possibile infine avvicinarsi ad una situazione di ottimo paretiano attraverso il *logrolling* (commercio dei voti). Supponiamo ad esempio nel caso di 3 individui 1 è interessato ad A e 2 a B (e preferiscono A+B a nessuno dei due) mentre 3 ha una riduzione dell'utilità sia con A che con B. 1 e 2 possono allearsi per far passare sia A che B. Mentre tale comportamento porta probabilmente ad un aumento della spesa non è detto che aumenti il benessere collettivo. Vi è inoltre un incentivo a violare gli accordi (dato che le votazioni sono normalmente successive e non contemporanee) sarebbe quindi preferibile un mercato esplicito dei voti o una votazione per punti dove ogni individuo ha uno stock di punti da distribuire proporzionalmente alla propria utilità. Tuttavia in tal modo si viola il criterio di ordinalità delle preferenze.

Passiamo ora a discutere la possibilità di costruire partendo dalle preferenze individuali una funzione del benessere collettivo avente caratteristiche simili a quella di utilità.

In sostanza, dalle analisi precedenti emerge come, nell'ambito delle scelte collettive, siano fondamentali i requisiti di efficienza e democraticità. Un processo di decisione collettiva risulta **democratico** solo se rispetta le preferenze di tutti i cittadini e non è il frutto della scelta di un singolo o di un gruppo ristretto di individui. Un processo di decisione democratico è intrinsecamente **efficiente** se è in grado di pervenire ad un'allocazione efficiente delle risorse minimizzando l'ammontare di informazioni richieste. In sostanza ci si richiama da un lato al criterio di efficienza paretiana e dall'altro ai requisiti minimi di razionalità (ovvero che l'ordinamento delle preferenze collettive sia completo, transitivo e riflessivo escludendo la

possibilità di cicli), dominio illimitato (non si richieda una particolare caratterizzazione delle preferenze individuali) e indipendenza dalle alternative irrilevanti.

Il problema della compatibilità tra i due requisiti di efficienza può essere analizzato ammettendo che i votanti abbiano un incentivo a rivelare correttamente le loro preferenze facendo così riferimento al **teorema dell'impossibilità di Arrow** o ponendo contestualmente il problema di comportamenti strategici confrontandosi invece con lo schema teorico dove vale invece il teorema della impossibilità **di Gibbard e Satterthwaite**.

Il teorema dell'impossibilità di Arrow mostra come sia impossibile costruire una funzione del benessere partendo dalle preferenze individuali ove si ammetta: a) la presenza di qualsiasi ordinamento individuale razionale e transitivo, b) l'indipendenza dell'ordinamento di due stati dalle altre alternative, e c) la presenza di funzioni del benessere collettivo che soddisfino i principi di *unanimità* (criterio paretiano) e *non-dittatura* (che assegna peso decisivo alle preferenze di un individuo). In termini intuitivi se consideriamo il caso del paradosso della maggioranza ciclica (dove come abbiamo visto almeno un individuo ha preferenze a due punte) si verrebbe a violare il requisito di transitività a meno di far coincidere l'ordinamento sociale con quello di un individuo (il che contrasta con il principio di non dittatura).

In sostanza, il **teorema dell'impossibilità di Arrow** dimostra che non è possibile costruire una funzione del benessere sociale che sia fondata esclusivamente sugli ordinamenti individuali che soddisfano alcuni requisiti minimi di razionalità e democraticità.

Innumerevoli tentativi sono stati effettuati per eludere le incoerenze risultanti dal teorema di Arrow. Ad esempio il teorema **Arrow-Black** mostra che uno schema di votazione basato sul metodo a maggioranza soddisfa le condizioni poste dal teorema dell'impossibilità se le preferenze individuali hanno un unico massimo ed il numero degli individui è dispari. Una linea alternativa tenta di aggirare l'impossibilità ammettendo qualche ipotesi di misurabilità e raffronto interpersonale di utilità.

Tali soluzioni tuttavia risultano in generale poco efficienti, poiché limitano le scelte e/o accrescono il costo del processo decisionale. Ad es. nel primo caso si richiede un dominio ristretto delle scelte, nel secondo si richiede l'arricchimento della struttura informativa e quindi il sostenimento di ulteriori costi informativi ed operativi. Inoltre tutta la discussione sul teorema di Arrow parte dall'ipotesi che i votanti non si comportino strategicamente rivelando in modo veritiero le proprie preferenze nel momento in cui votano.

Per superare tale contesto è invece importante considerare la **condizione di non manipolazione** che prevede esplicitamente la dichiarazione veritiera come strategia dominante per tutti. La soddisfazione di tale condizione garantisce infatti che non risulti nell'interesse di singoli o coalizioni dichiarare il falso. Il **teorema di Gibbard-Satterthwaite** analogamente al precedente teorema di impossibilità stabilisce che non esiste un processo decisionale (basato su uno schema di votazione in grado di considerare tre o più alternative) immune da strategie di manipolazione, che soddisfi sia l'assioma di non dittatura che di efficienza del processo decisionale (ovvero che rispetti i criteri di razionalità, efficienza paretiana, dominio illimitato e indipendenza dalle alternative irrilevanti).

## 2. Consumatori e benessere in equilibrio parziale.

La teoria del consumatore assume usualmente l'esistenza di un insieme di possibilità di consumo (chiuso e convesso) e di relazioni di preferenza.<sup>1</sup> Tradizionalmente, si parte definendo la relazione di preferenza debole  $\mathbf{x}R_i\mathbf{y}$ . Essa implica che il paniere  $\mathbf{x}$  è debolmente preferito a  $\mathbf{y}$  dal consumatore  $i$ . Assumendo relazioni *complete*, *riflessive* e *transitive*,<sup>2</sup> viene definito un preordinamento delle preferenze (che tuttavia possono essere anche lessicografiche).<sup>3</sup> Ipotizzando però anche *continuità*, *monotonicità*, *non sazietà* e *convessità* le preferenze del consumatore sono rappresentate da una funzione di utilità continua  $U^i = U^i(\mathbf{x})$ .<sup>4</sup> In pratica, le relazioni  $U^i(\mathbf{x}) \geq U^i(\mathbf{y})$  e  $\mathbf{x}R_i\mathbf{y}$  sono equivalenti. Ciò semplifica l'analisi, che può essere svolta in termini di utilità ordinale. Il valore  $U^i$  infatti non ha importanza e sono possibili trasformazioni monotone crescenti (per le quali  $a > b$  implica  $f(a) > f(b)$ ).

Come in fig.5, la funzione di utilità  $U(\mathbf{x})$  è quasi-concava [per ogni punto  $\mathbf{z}$  del segmento  $\mathbf{xy}$ , quando  $U^i(\mathbf{x}) \geq U^i(\mathbf{y})$ , vale  $U^i(\mathbf{z}) \geq U^i(\mathbf{y})$ ] e nondecrescente al crescere della quantità di ogni bene consumato [ $U^i(\mathbf{x}) \geq U^i(\mathbf{y})$  per  $\mathbf{x} \geq \mathbf{y}$ ].<sup>5</sup> Graficamente, sezionando la funzione di utilità a vari livelli ( $U_0 < U_1 < U_2 \dots$ ) otteniamo le curve di indifferenza [ $U(\mathbf{z})=U_0$ ,  $U(\mathbf{z})=U_1$ ,  $U(\mathbf{z})=U_2$ , ...] contenenti tutti i panieri tra loro indifferenti  $\mathbf{x}I_i\mathbf{y}$ , associati allo stesso livello di utilità  $U(\mathbf{x})=U(\mathbf{y}) = U_N$ .

Dalle proprietà della funzione di utilità discendono quelle delle curve di indifferenza, rappresentabili in un grafico bidimensionale (fig. 6) quando si considerano 2 beni  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ . Data l'ipotesi di non sazietà, le curve di indifferenza non possono essere inclinate positivamente (infatti a panieri come E, D, F sono associate utilità superiori rispetto ad A, contenendo quantità superiori di  $x_1$  e/o  $x_2$ ) nè possono intersecarsi (ove  $U_0$  ed  $U_1$  si intersecassero esisterebbe un paniere indifferente contemporaneamente a D e ad A e sarebbe violata la transitività della relazione di preferenza). A curve di indifferenza più lontane dall'origine corrispondono livelli di utilità più elevati (come già visto D da utilità superiore ad A). Le curve di indifferenza sono

<sup>1</sup> Nel seguito assumeremo sempre che i panieri dei  $k$  beni consumati  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_k)$ ,  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_j, \dots, y_k) \geq 0$  facciano parte dell'insieme di consumo  $X_i \in \mathcal{R}^k$  chiuso e convesso. Un generico paniere  $\mathbf{x}$  è rappresentato in grassetto, essendo un vettore, ed il suo prodotto con il vettore dei prezzi  $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_j, \dots, p_k)$  è il valore della spesa complessiva necessaria all'acquisto del paniere. Oltre alla relazione di preferenza debole  $\mathbf{x}R_i\mathbf{y}$  tra due panieri di beni  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$ , può valere una relazione: (a) di indifferenza ( $\mathbf{x}I_i\mathbf{y}$  per  $i$  il paniere di beni  $\mathbf{x}$  è indifferente rispetto a  $\mathbf{y}$ , ovvero valgono contemporaneamente le relazioni di preferenza debole  $\mathbf{x}R_i\mathbf{y}$  e  $\mathbf{y}R_i\mathbf{x}$ ) o (b) di preferenza forte  $\mathbf{x}P_i\mathbf{y}$  ( $i$  preferisce strettamente il paniere  $\mathbf{x}$  a  $\mathbf{y}$ ).

<sup>2</sup> Tali proprietà sono definite come segue: a) *completezza*  $\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in X_i$  vale almeno una delle relazioni di preferenza  $\mathbf{x}R_i\mathbf{y}$  e  $\mathbf{y}R_i\mathbf{x}$ , b) *riflessività* e *transitività*  $\forall \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in X_i$  vale  $\mathbf{x}R_i\mathbf{x}$  e  $\mathbf{x}R_i\mathbf{z}$  è soddisfatta quando valgono simultaneamente le due relazioni di preferenza  $\mathbf{x}R_i\mathbf{y}$  e  $\mathbf{y}R_i\mathbf{z}$ .

<sup>3</sup> In pratica, in questo caso un piccolo ammontare addizionale di un bene produce è preferito ad un aumento infinito di un altro bene, una situazione non rappresentabile con alcuna funzione di utilità..

<sup>4</sup> Oltre alle precedenti assunzioni (a e b) valgono anche la: c) *continuità* per ogni  $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X_i$  l'insieme dei panieri  $\{\mathbf{x}: \mathbf{x}R_i\mathbf{y}\}$  e  $\{\mathbf{x}: \mathbf{y}R_i\mathbf{x}\}$  è chiuso, d) *monotonicità* stretta, per ogni  $\mathbf{x} \neq \mathbf{y} \in X_i$  se  $\mathbf{x} \geq \mathbf{y}$  vale la relazione di stretta preferenza  $\mathbf{x}P_i\mathbf{y}$ , e) *non sazietà locale* per ogni  $\mathbf{x} \in X_i$  ed  $\varepsilon$  esiste un paniere  $\mathbf{y}$  tale che  $|\mathbf{y}-\mathbf{x}| < \varepsilon$  e  $\mathbf{y}P_i\mathbf{x}$ , f) *convessità* stretta, per ogni  $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}_i$  se  $\mathbf{x}R_i\mathbf{z}$  e  $\mathbf{y}R_i\mathbf{z}$  vale la relazione  $t\mathbf{x} + (1-t)\mathbf{y} > \mathbf{z}$ .

<sup>5</sup> Dalla ipotesi di stretta *convessità* deriva la quasi-concavità della funzione di utilità  $U(\mathbf{x})$  [per ogni coppia di panieri  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$ , per i quali  $U^i(\mathbf{x}) \geq U^i(\mathbf{y})$ , e per ogni combinazioni lineare intermedia  $\mathbf{z} = t\mathbf{x} + (1-t)\mathbf{y}$ , con  $0 < t < 1$ , vale  $U^i(\mathbf{z}) \geq U^i(\mathbf{y})$ ], mentre la *non sazietà locale* implica la nondecrescenza in ogni argomento.

convesse verso l'origine; ad ogni paniere D combinazione di B e C ( $D = t B + (1-t) C$  con  $0 < t < 1$ ) è, infatti, associato un livello maggiore di utilità.

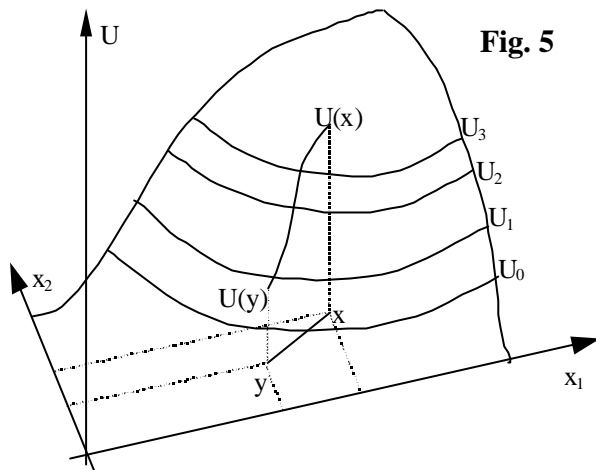


Fig. 5

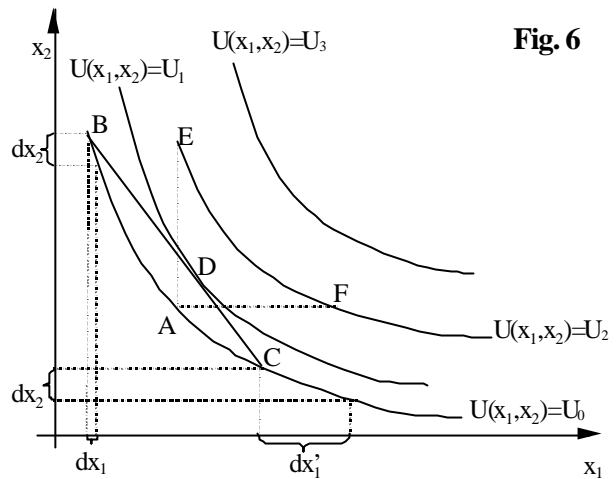


Fig. 6

L'inclinazione della curva di indifferenza è pari al tasso marginale di sostituzione fra  $x_R$  ed  $x_S$ . Tale tasso, pari al rapporto tra le utilità marginali dei due beni  $-TMS_{R,S}^i = U_R(\mathbf{x})/U_S(\mathbf{x})$  indica quante unità di  $x_R$  possono essere sottratte al consumatore  $i$ , aggiungendo un'unità addizionale di  $x_S$  e mantenendo costante la sua utilità. Il tasso marginale di sostituzione è decrescente a causa della convessità. Esso sarebbe costante solo su delle rette. Invece, come si vede in fig. 6, man mano che al consumatore sono sottratte quantità addizionali del bene 2 ( $dx_2$ ), passando da B a C per compensarlo servono quantità crescenti del bene 1 ( $dx_1' > dx_1$ ).

Usualmente, si assume che il consumatore, disponendo di una data somma da spendere  $E^\circ$  - ovvero potendo consumare tutti i panieri al di sotto dell'isospesa  $\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} = E^\circ$  (in fig. 7) - massimizzi la funzione di utilità. Risolvendo il problema, è univocamente determinata una funzione di utilità indiretta

$$[1] \quad V(\mathbf{p}, E) = \max U(\mathbf{x}) \quad \text{sotto il vincolo} \quad \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} \leq E$$

Graficamente, dato un livello di spesa  $E^\circ$  il consumatore sceglie il paniere  $A^\circ$  sulla curva di indifferenza più elevata, quella tangente al vincolo di bilancio (ossia  $U(\mathbf{x})=U^\circ$ ). Con la non sazietà, il paniere ottimo  $\mathbf{x}^\circ$  (indicato da  $A^\circ$ ) è sull'isospesa; il vincolo di bilancio vale come eguaglianza.

In pratica, nel punto di ottimo (per consumi strettamente positivi  $\mathbf{x}^\circ > 0$ ), il tasso marginale di sostituzione fra  $x_R$  ed  $x_S$  è pari al rapporto tra i prezzi dei due beni  $-TMS = U_R(\mathbf{x})/U_S(\mathbf{x}) = p_R/p_S$ , come si vede in fig. 7. In equilibrio il rapporto tra i prezzi indica le unità di  $x_R$  che il consumatore è disposto ad offrire in cambio di un'unità di  $x_S$ .<sup>6</sup>

<sup>6</sup> Le condizioni di primo ordine implicano l'esistenza di un  $\alpha \geq 0$  (moltiplicatore di Lagrange) eguale (o minore per i beni non consumati) al rapporto tra l'utilità marginale del consumatore e prezzo del bene, per ogni bene J [ovvero:  $U_J(\mathbf{x}) = \alpha p_J$ ]. Esso quindi rappresenta il prezzo ombra del vincolo di bilancio, ovvero l'utilità marginale della ricchezza. Una spesa addizionale unitaria, consentendo di comprare  $1/p_J$  unità di J, aumenta l'utilità di  $U_J(\mathbf{x})/p_J$ .

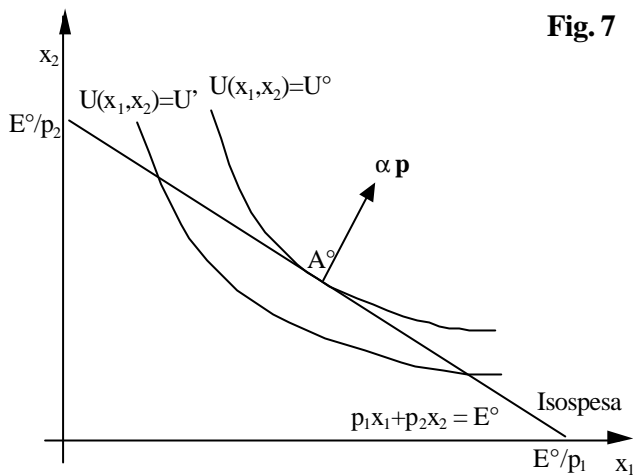


Fig. 7

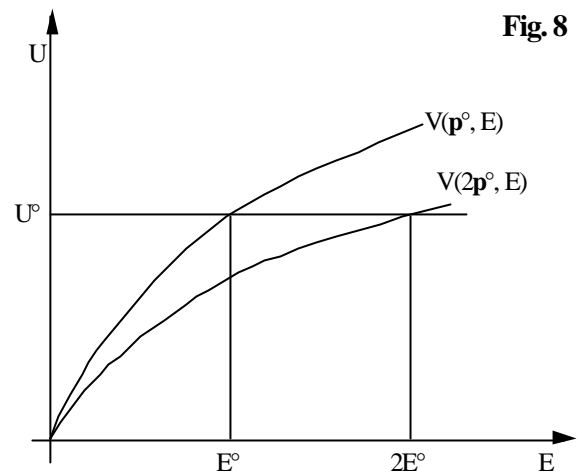


Fig. 8

Dalla soluzione del problema otteniamo le funzioni di domanda *marshalliane*  $x(\mathbf{p}, E)$ , il cui valore resta invariato se tutti i prezzi e il reddito variano nella medesima proporzione.<sup>7</sup> Possiamo ottenere così per sostituzione la funzione di utilità indiretta  $V(\mathbf{p}, E) = U(x(\mathbf{p}, E))$  rappresentata in fig. 8. L'utilità raggiunta cresce al crescere della spesa (non al crescere dei prezzi non potendosi più raggiungere il paniere ottimo  $\mathbf{x}^\circ$ , riducendosi  $E^\circ/p_R$  e/o  $E^\circ/p_S$ ), resta costante se i prezzi e il reddito variano nella stessa proporzione (essendo invariati  $E^\circ/p_R$ ,  $E^\circ/p_S$  e quindi  $\mathbf{x}^\circ$ ).<sup>8</sup>

Invertendo la funzione  $U=V(\mathbf{p}, E)$  rispetto alla spesa definiamo la funzione della spesa  $E(\mathbf{p}, U)$ . Dato un livello di utilità  $U^\circ$  essa risolve il problema duale consistente nel minimizzare la spesa  $E$  per raggiungere tale livello di utilità.

[2]  $E(\mathbf{p}, U) = \min \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}$  sotto il vincolo  $U(\mathbf{x}) \geq U^\circ$

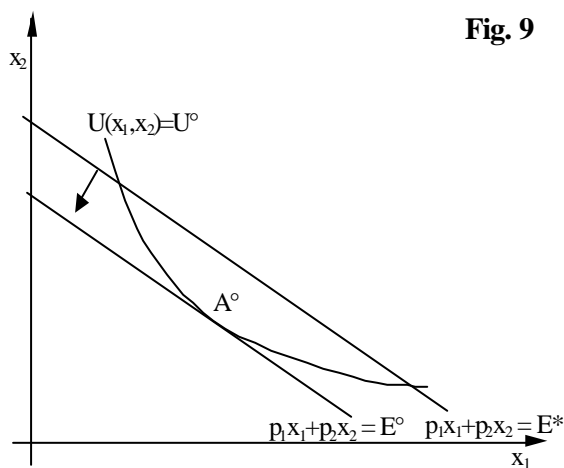


Fig. 9

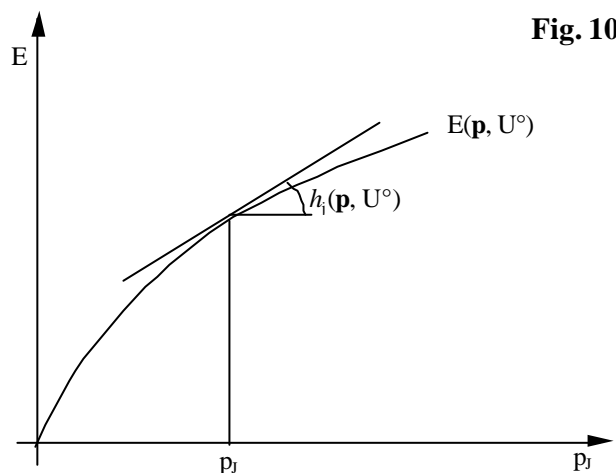


Fig. 10

Dato il livello di utilità  $U^\circ$ , il consumatore sceglie il paniere  $A^\circ$  sulla isospesa più bassa; ossia  $E^\circ$  quella tangente a  $U(\mathbf{x})=U^\circ$ . Dalla soluzione del problema otteniamo  $h(\mathbf{p}, U)$  le domande compensate o hicksiane (la crescita della spesa compensa le variazioni di prezzo mantenendo costante l'utilità) e per sostituzione  $E(\mathbf{p}, U) = \mathbf{p} h(\mathbf{p}, U)$ . La funzione della spesa cresce meno che

<sup>7</sup> Infatti, esse sono omogenee di grado zero nei prezzi e nella spesa [ $x_j(\lambda \mathbf{p}, \lambda E) = x_j(\mathbf{p}, E)$ , per ogni  $J$  e  $\lambda > 0$ ] che sono univocamente determinate (stante la *stretta convessità*) dati i valori dei prezzi e della spesa.

<sup>8</sup> Infatti,  $V(\mathbf{p}, E)$  è continua per prezzi e spesa positivi di ( $\mathbf{p} \gg 0$  e  $E > 0$ ), non-crescente, quasi-convessa nei prezzi [ $\mathbf{p}$ :  $V(\mathbf{p}, E) \leq U_k$  è convesso], crescente nella spesa (per la *non sazietà locale*) ed omogenea di grado zero nei prezzi e nella spesa.

proporzionalmente al crescere del singolo prezzo, ma varia nella medesima proporzione se variano tutti i prezzi (essendo il paniere ottimo invariato).<sup>9</sup>

La domanda marshalliana si ottiene anche sostituendo il livello di utilità indiretto nella hicksiana  $x_j(\mathbf{p}, E) \equiv h_j(\mathbf{p}, V(\mathbf{p}, y))$ . Le due domande sono rappresentate in fig. 12. Mentre la marshalliana  $x_j(\mathbf{p}, E)$  dipende dal reddito monetario  $E$ , la hicksiana  $x_j(\mathbf{p}, E)$  dipende da quello reale (livello utilità  $U$ ).

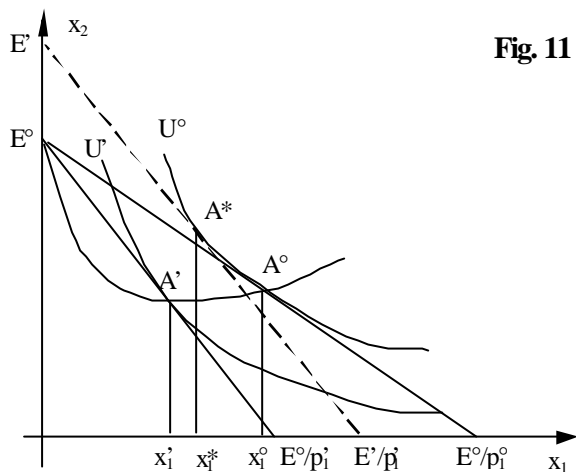


Fig. 11

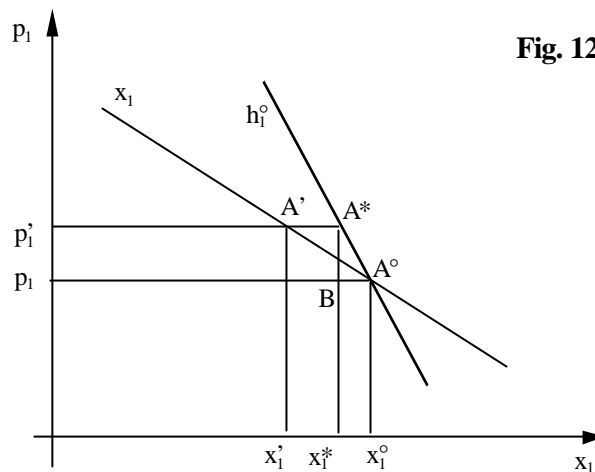


Fig. 12

Sia, per semplicità, il bene 2 il bene numerario ( $p_2=1$ ). In fig. 11, un aumento del prezzo di  $x_1$  (che sposta l'equilibrio da  $A^0$  ad  $A'$ ) può essere scomposto nell'effetto sostituzione (da  $A^0$  ad  $A^*$ ) e nell'effetto reddito (da  $A^*$  ad  $A'$ ).<sup>10</sup> Facendo riferimento al medesimo grafico, la domanda marshalliana  $x_1(\mathbf{p}, E^0)$  si ricava riportando nello spazio  $(x_1, p_1)$  in fig. 12 i punti di equilibrio (sulla  $A^0$ - $A'$ , fig. 11) in corrispondenza al variare del prezzo (al ruotare del vincolo di bilancio). La domanda hicksiana  $h_1(\mathbf{p}, U^0)$  rappresenta invece - nello spazio  $(x_1, p_1)$  in fig. 12 - i punti di equilibrio (sulla  $A^0$ - $A^*$ , fig. 11) in corrispondenza al variare del prezzo di  $j$  (dei vincoli di bilancio tangenti a  $U^0$ ).

Possiamo calcolare il compenso necessario ai prezzi  $\mathbf{p}'$  (i.e. dopo l'introduzione di un'imposta su  $x_1$ ) perché l'utilità del consumatore resti immutata ad  $U^0$ , basandoci solo su variabili osservabili.<sup>11</sup>

In pratica, se con una politica fiscale i prezzi passano da  $\mathbf{p}^0$  a  $\mathbf{p}'$  il benessere varia di  $V(\mathbf{p}', E^0) - V(\mathbf{p}^0, E^0)$ . In termini di reddito: (a) la **variazione compensativa VC** misura la variazione della spesa, rispetto ai nuovi prezzi  $\mathbf{p}'$ , atta a compensare tale variazione dei prezzi, (b) la **variazione**

<sup>9</sup> La spesa  $E(\mathbf{p}, U)$  è continua per valori positivi dei prezzi concava ed omogenea di primo grado nei prezzi, crescente nell'utilità.

<sup>10</sup> Dalla identità  $h_j(\mathbf{p}, U^*) \equiv x_j(\mathbf{p}, E(\mathbf{p}, U^*))$  differenziando la funzione rispetto a  $p_j$  valutandola nel punto  $\mathbf{p}^*$  segue infine l'equazione di Slutsky  $\partial x_j(\mathbf{p}^*, E^*)/\partial p_j = \partial h_j(\mathbf{p}, U^*)/\partial p_j - \partial x_j(\mathbf{p}^*, E^*)/\partial E \partial E(\mathbf{p}^*, U^*)/\partial p_j$  [dove  $\partial E(\mathbf{p}^*, U^*)/\partial p_j = x_j^*$ ] che collega le funzioni marshalliane ed hicksiane scomponendo la variazione della domanda in effetto di sostituzione  $\partial h_j(\mathbf{p}, U^*)/\partial p_j$  ed effetto reddito  $-x_j^* \partial x_j(\mathbf{p}^*, E^*)/\partial E$ .

<sup>11</sup> La funzione diretta di compensazione o di utilità *money-metric* data da  $m(\mathbf{p}', \mathbf{x}^0) = E(\mathbf{p}', U(\mathbf{x}^0))$  misura il costo monetario minimo necessario ai prezzi  $\mathbf{p}'$  per garantire un livello di utilità uguale al consumo del paniere  $\mathbf{x}$ . Tale funzione è equivalente ad una funzione della spesa rispetto a  $\mathbf{p}$  e ad una funzione diretta di utilità rispetto a  $\mathbf{x}$ . In pratica,  $m$  è costante per tutti i panieri appartenenti alla curva di indifferenza  $U^0$  ed aumenta per  $U > U^0$ , quindi è una trasformazione monotona. La funzione indiretta di compensazione  $M(\mathbf{p}'; \mathbf{p}^0, E^0) = E(\mathbf{p}', V(\mathbf{p}^0, E^0))$  misura il compenso necessario ai prezzi  $\mathbf{p}'$  per stare ugualmente bene che ai prezzi  $\mathbf{p}^0$  col reddito  $E^0$ . Essa equivale ad una funzione della spesa rispetto a  $\mathbf{p}'$  e ad una funzione indiretta di utilità rispetto a  $\mathbf{p}^0$  ed  $E^0$ .



**equivalente VE** misura la variazione della spesa, rispetto ai prezzi iniziali  $p^\circ$ , equivalente al passaggio da  $p^\circ$  a  $p'$ .<sup>12</sup>

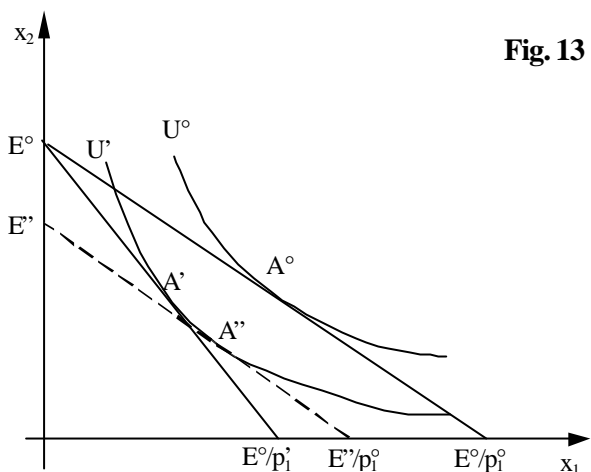


Fig. 13

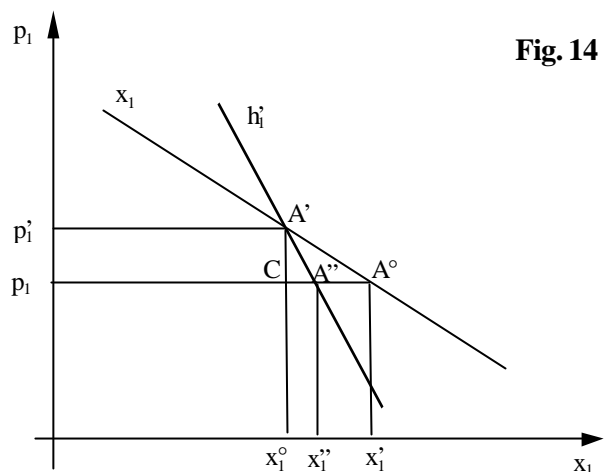


Fig. 14

Con l'imposta su  $x_1$ , la variazione compensativa è data dal segmento  $E'E^\circ$  in fig.11 (mentre la variazione equivalente è  $E^\circ E''$  in fig.13). Grazie alla hicksiana, in fig. 12 è riportata l'esatta variazione del benessere (surplus) del consumatore ( $VC = \text{area del triangolo } A^\circ A^* B$ ), rispetto ai nuovi prezzi, (mentre in fig. 14 è rappresentata l'esatta variazione del surplus del consumatore, rispetto ai prezzi iniziali,  $VE = \text{area del triangolo } A'CA''$ ).

Quale misura vada utilizzata dipende dal problema specifico. In equilibrio generale tuttavia il gettito dell'imposta deve essere utilizzato, ad esempio restituito sotto forma di trasferimento lump-sum e quindi anche il livello del reddito cambia. In ogni caso, la misura fornita dalla curva marshalliana (pari  $VE + A'A^\circ A''$ ) da un valore errato dell'eccesso di pressione, dipendendo dal percorso dei cambiamenti dei prezzi in presenza di più mercati a differenza di  $VE$  e  $VC$ .

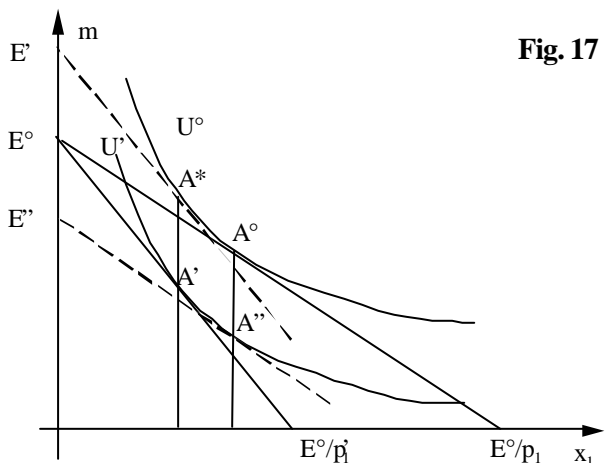


Fig. 17

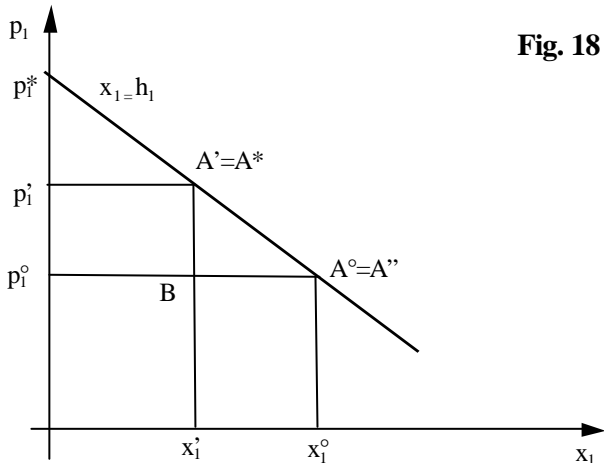


Fig. 18

Le tre misure coincidono nel caso di *utilità quasi-lineare*  $U = u(\mathbf{x}) + m$  dove un bene  $m$  - il numerario ( $p_m=1$ ) - ha utilità marginale costante. Poiché oltre un dato livello di reddito  $E > E^m$ ,  $m$

<sup>12</sup> In generale passando da  $(p^\circ, E^\circ)$  a  $(p^*, E^*)$  la funzione della variazione compensativa  $VC$  è data da:

$$[3] \quad VC = M(p^*; p^*, E^*) - M(p^*; p^\circ, E^\circ) = E^* - M(p^*; p^\circ, E^\circ)$$

La funzione della variazione della spesa  $VE$  è equivalente (ai prezzi iniziali  $p^\circ$ ) al passaggio da  $(p^\circ, E^\circ)$  a  $(p^*, E^*)$  è:

$$[4] \quad VE = M(p^\circ; p^*, E^*) - M(p^\circ; p^\circ, E^\circ) = M(p^\circ; p^*, E^*) - E^\circ$$

Per inciso, si noti inoltre come se la politica fiscale invece muta redditi e prezzi da  $(p^*, E^*)$  a  $(p^\circ, E^\circ)$  i due precedenti valori si invertono; ovvero  $VE = E^* - M(p^*; p^\circ, E^\circ)$  e  $VC = M(p^\circ; p^*, E^*) - E^\circ$ .

è il solo bene il cui consumo aumenta, la domanda  $x_1(\mathbf{p}, E^m)$  non dipende dal reddito e l'utilità marginale del reddito  $\alpha$  resta unitaria e costante al crescere della spesa - ossia l'utilità indiretta  $V(\mathbf{p}, E) = U(\mathbf{x}(\mathbf{p}, E^m)) + E - E^m$  diviene lineare.

In questo caso, il surplus può essere calcolato direttamente dalla domanda di mercato come se vi fosse un unico consumatore e la variazione compensativa ed equivalente coincidono con l'eccesso di pressione. Nel seguito, per semplificare l'analisi ricorreremo spesso a tale ipotesi quando useremo le curve di domanda marshalliana per misurare il surplus.

### 3. Beni privati, pubblici ed ottimo paretiano.

L'*economia del benessere* -che prende il nome dal noto contributo di **Pigou**- rappresenta un'analisi di tipo esclusivamente normativo che si propone di comparare situazioni economiche alternative dal punto di vista del benessere sociale. Essa si basa su alcuni giudizi di valore che è utile rendere espliciti. Secondo la visione individualista gli individui sono razionali (e gli unici giudici delle loro sensazioni) e le preferenze collettive derivano semplicemente dall'aggregazione di quelle individuali.

Due criteri giocano un ruolo fondamentale: l'*efficienza* (che si riscontra secondo Pareto nel raggiungimento di una situazione nella quale non è possibile aumentare il benessere individuale di alcun agente a scapito degli altri) e l'*equità* (ad esempio in relazione ad un criterio di distribuzione equilibrata delle risorse tra gli individui).

Per il momento focalizzeremo la nostra attenzione sull'*efficienza* per esaminare se vi sono criteri diversi che presiedono all'allocazione dei beni privati e pubblici.

#### 1. Ottimo paretiano con beni privati. (Riferimenti C. 3.1-3.3)

L'ottimo paretiano risolve, al di là del contesto istituzionale (economia di mercato o pianificata), il problema di ottima allocazione delle risorse e richiede la soddisfazione di alcune *condizioni di efficienza* nella produzione, nel consumo e nello scambio. Questo problema che ha portato alla formulazione dei due *teoremi fondamentali del economia del benessere* è stato affrontato per primo da E. **Barone** (confrontando l'efficienza di sistemi concorrenziali decentrati e pianificati) e poi rifinito grazie ai contributi di molti altri economisti tra i quali O. Lange, K. Arrow e Debreu.

Con l'*ottimo paretiano* non ci si pone tuttavia il problema di massimizzare il benessere collettivo (redistribuendo risorse tra i soggetti), nel tentativo di prescindere il più possibile da giudizi di valore: (i) solo gli individui giudicano il proprio benessere e (ii) l'allocazione 1 è preferita alla 2 se almeno un individuo la preferisce e nessuno preferisce la 2 alla 1. Da (i) segue il *criterio di valutazione individualistico* e da (ii) il *criterio di miglioramento paretiano* (se la scelta di 1 migliora la situazione di A senza peggiorare quella degli altri). Questi tuttavia sono essi stessi giudizi di valore che si oppongono: (i) al paternalismo ed (ii) ai confronti interpersonali intermini di benessere. Benchè apparentemente generali possono avere implicazioni non sempre condivisibili; ad es. non esistono beni (de)meritori e lo status quo è privilegiato.

Per ricavare le condizioni di efficienza che caratterizzano l'ottimo paretiano partiremo da un modello semplificato di un'economia con solo beni privati in una situazione di informazione

completa. In particolare ipotizzeremo la presenza di due fattori produttivi omogenei (L lavoro e K capitale) esogeni, tecnologie date con isoquanti convessi verso l'origine e rendimenti di scala non crescenti relativi. L'economia è composta da due imprese che producono due beni di consumo X e Y perfettamente divisibili e due consumatori A e B con curve di indifferenza convesse verso l'origine.

Date le funzioni di utilità  $U^a$  ed  $U^b$ , si tratta di massimizzare il benessere di un dato soggetto (ad es. A) senza peggiorare la situazione data degli altri (il consumatore B) e rispettando anche i vincoli dati dalle tecniche produttive e dalle dotazioni iniziali dei fattori ( $K^\circ$  e  $L^\circ$ ).

$$\text{Max } U^a = U^a(X^a, Y^a, L^a, K^a)$$

$$\begin{aligned} \text{S.t.: } & U^b(X^b, Y^b, L^b, K^b) = U^{b*} && \text{Curva di indifferenza di B (preferenze)} \\ & X = X^a + X^b && \text{Vincoli di allocazione della produzione dei beni privati} \\ & Y = Y^b + Y^a \\ & X = x(L^x, K^x) && \text{Vincoli delle tecnologie produttive} \\ & Y = y(L^y, K^y) \\ & L^\circ \geq L = L^x + L^y = L^a + L^b && \text{Vincoli delle risorse disponibili} \\ & K^\circ \geq K = K^y + K^x = K^a + K^b \end{aligned}$$

Sostituendo i vincoli allocativi e tecnologici possiamo scrivere il lagrangiano come:

$$L = U^a(X^a, Y^a, L^a, K^a) - \lambda(U^{b*} - U^b(x(L^x, K^x)-X^a, y(L-L^x, K-K^x)-Y^a, L-L^a, K-K^a))$$

Differenziando rispetto alle variabili otteniamo le seguenti condizioni:

$$\begin{aligned} [L^x] \quad \lambda(-U^{b_x} X_L + U^{b_y} Y_L) = 0 & \quad U^{b_x} X_L = U^{b_y} Y_L \quad \Rightarrow \quad \frac{X_L}{X_K} = \frac{Y_L}{Y_K} && \text{Ovvero} \quad \text{TMST}_{L,K}^x = \\ [K^x] \quad \lambda(-U^{b_x} X_K + U^{b_y} Y_K) = 0 & \quad U^{b_x} X_K = U^{b_y} Y_K && \text{Ovvero} \quad \text{TMST}_{L,K}^y = \\ [X^a] \quad U^{a_x} - \lambda U^{b_x} = 0 & \quad \Rightarrow \quad \frac{U^{a_x}}{U^{a_y}} = \frac{U^{b_x}}{U^{b_y}} && \text{Ovvero} \quad \text{TMS}_{Y,X}^a = \\ [Y^a] \quad U^{a_y} - \lambda U^{b_y} = 0 & && \text{Ovvero} \quad \text{TMS}_{Y,X}^b = \\ [L] \quad \lambda(U^{b_L} + U^{b_y} Y_L) = 0 & \quad -U^{b_L}/U^{b_y} = Y_L && \\ [K] \quad \lambda(-U^{b_K} + U^{b_y} Y_K) = 0 & \quad -U^{b_K}/U^{b_y} = Y_K && \\ [L^a] \quad U^{a_L} = \lambda U^{b_L} & \quad \Rightarrow \quad Y_L = -U^{a_L}/U^{a_y} && \\ [K^a] \quad U^{a_K} = \lambda U^{b_K} & \quad \Rightarrow \quad Y_K = -U^{a_K}/U^{a_y} && \text{Ovvero} \quad \text{TMS}_{Y,L}^i = \\ &&& \text{PM}_{Y,L} \end{aligned}$$

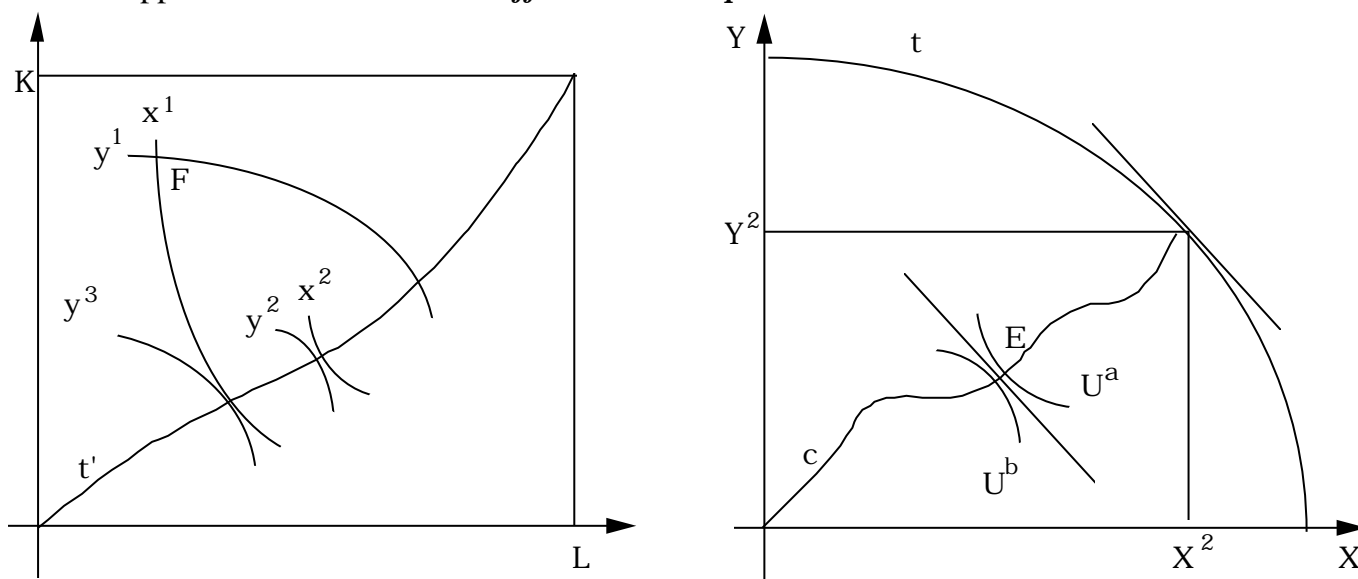
Le stesse condizioni valgono per X; sfruttando ciò possiamo scrivere:

$$\frac{U^{a_x}}{U^{a_y}} = \frac{Y_K}{X_K} = \frac{Y_L}{X_L} \quad \text{Ovvero} \quad \text{TMS}_{Y,X}^a = \text{TMS}_{Y,X}^b = \text{TMT}_{Y,X}$$

Nel seguito, per fornire una spiegazione intuitiva, esamineremo il problema in termini grafici utilizzando la scatola di Edgeworth, supponendo date le dotazioni e basandoci sui concetti di isoquanto e curva di indifferenza, noti dalla microeconomia.

L'isoquante rappresenta combinazioni dei due fattori (L, K) che permettono di ottenere un dato livello di output (X o Y). Ricorrendo alla scatola di Edgeworth e ponendo K sulle ordinate ed L sulle ascisse possiamo disegnare gli isoquanti  $x(L, K)=x^*$  ed  $y(L, K)=y^*$  relativi alle produzioni dei due beni. La loro inclinazione  $-dK/dL$  rappresenta il tasso marginale di sostituzione tecnica fra K ed L (TMST) ovvero quante unità di K posso sottrarre, aggiungendo un'unità aggiuntiva di L e mantenendo nel contempo costante la produzione del bene al livello iniziale ( $x^*$  od  $y^*$ ). In pratica,  $TMST = PM_L/PM_K$  è pari al rapporto tra i prodotti marginali dei due fattori dal momento che la produttività del capitale ( $PM_K$ ) per il numero di unità sottratte (TMST) deve essere compensata da quella dell'unità aggiuntiva di lavoro ( $PM_L$ ). Inoltre esso rappresenta il costo-opportunità del fattore lavoro L per l'impresa (cioè il suo prezzo relativo in termini dell'altro fattore K  $w/r$ ). Cio' dipende dal fatto che ogni retta tangente ad un isocosto può rappresentare un isocosto (per un livello appropriato del budget) e la sua inclinazione  $-dK/dL$  è pari il rapporto tra i prezzi dei due fattori  $w/r$ .

Chiaramente, solo i punti di tangenza degli isoquanti delle due imprese (che giacciono sulla curva dei contratti  $t'$ ) sono combinazioni efficienti dei fattori nelle due produzioni. In punti non di tangenza (quando le due curve si intersecano come in F) sarebbe possibile aumentare il livello di produzione di un'impresa (ad es. Y) fermo restando il livello di produzione dell'altra (ad  $x^1$ ) fino a che si giunge al punto di tangenza con l'isoquante  $y^3$  in corrispondenza al valore massimo della produzione di Y. Quindi l'eguaglianza tra i tassi marginali di sostituzione tecnica  $TMST^x = TMST^y$  rappresenta la condizione di **efficienza nella produzione**.



Dalla curva dei contratti (facendo riferimento ai livelli di produzione delle due imprese) possiamo risalire alla *frontiera della produzione*  $t$  (o curva di trasformazione) che indica le combinazioni massime dei due beni (X, Y) ottenibili dal sistema economico date le risorse disponibili di capitale e lavoro. La sua inclinazione  $-dY/dX$  (pari al rapporto tra i costi marginali dei due beni  $CM_X/CM_Y$ ) rappresenta il tasso marginale di trasformazione fra Y ed X (TMT) ed indica a quante unità di Y deve rinunciare l'intero sistema economico per ottenere un'unità aggiuntiva di X. Quindi TMT misura il costo di opportunità di X (ovvero il suo prezzo relativo in termini di Y  $P_X/P_Y$  per l'intero sistema economico). Infatti, la tangente alla curva di

trasformazione è una retta di isoricavo lungo la quale si mantiene costante il ricavo del settore produttivo la cui inclinazione  $-dY/dX$  è pari il rapporto tra i prezzi dei beni  $P_X/P_Y$ .

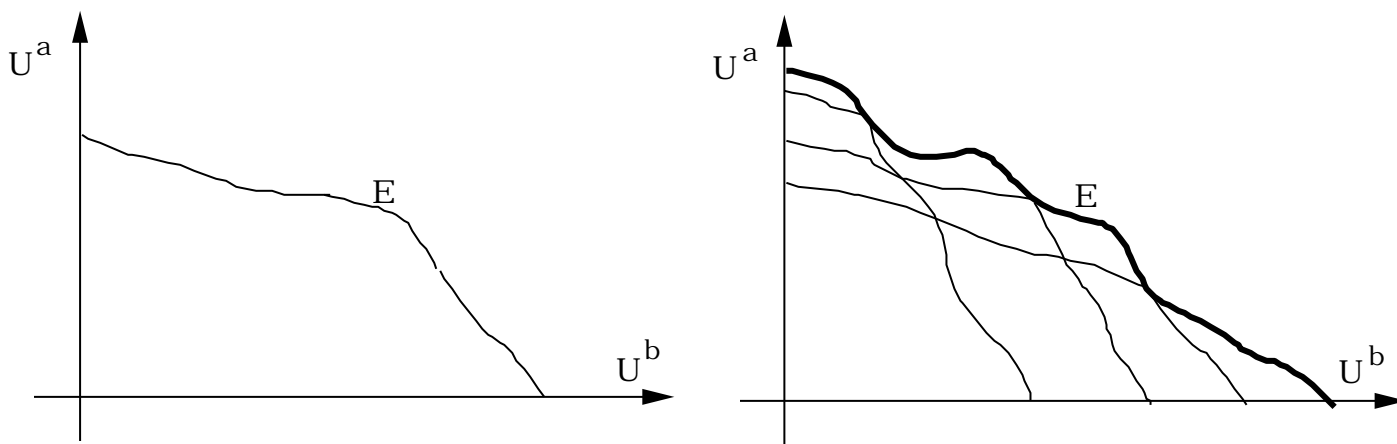
Ponendo ora all'interno della frontiera  $t$  una scatola di Edgeworth possiamo esaminare l'efficienza nel consumo tra i due individui disegnando le curve di indifferenza relative ai due individui  $U^a(X^a, Y^a)=U^a*$  ed  $U^b(X^b, Y^b)=U^b*$ .

La loro inclinazione  $-dY/dX$  rappresenta il tasso marginale di sostituzione fra  $Y$  ed  $X$  (TMS) ossia quante unità di  $Y$  possono essere sottratte aggiungendo un'unità addizionale di  $X$  mantenendo costante l'utilità dell'individuo ovvero rispettivamente pari a  $U^a*$  o ad  $U^b*$ . Tale misura indica il costo di opportunità di  $X$  per il consumatore (cioè il suo prezzo relativo in termini di  $Y$   $P_X/P_Y$ ). Infatti ogni retta tangente ad una curva di indifferenza può rappresentare per il consumatore il vincolo di bilancio (per un livello appropriato del reddito) e la sua inclinazione  $-dY/dX$  è pari il rapporto tra i prezzi dei due beni  $P_X/P_Y$ .

Naturalmente, solo i punti di tangenza delle curve di indifferenza dei due individui (che giacciono sulla curva dei contratti  $c$ ) rappresentano allocazioni efficienti dei due beni. In situazioni differenti (quando le curve di indifferenza sono secanti) è sempre possibile aumentare il livello di utilità  $U^a$  fermo restando il livello di  $U^b$  fino a raggiungere un punto di tangenza. Quindi  $TMS^a = TMS^b$  è la condizione di *efficienza nel consumo*.

L'*efficienza complessiva del sistema* implica infine che il costo di opportunità di  $X$  sia eguale per imprese e consumatori  $TMT = TMS^a = TMS^b$ . Altrimenti vi sarebbe difformità tra i costi opportunità dei consumatori e del sistema produttivo.

Per affrontare il problema in termini di benessere individuale notiamo come ad ogni punto della frontiera di produzione sia possibile associare diverse allocazioni efficienti nel consumo dei due beni ( $X=X^a+X^b$  e  $Y=Y^a+Y^b$ ) fra i due consumatori (A e B), abbiamo quindi infinite combinazioni dei livelli di utilità che possono essere rappresentate dalla *frontiera del benessere*. Ponendo sugli assi le utilità, questa curva può essere ottenuta dal diagramma precedente, rilevando i livelli di utilità di A e B corrispondenti alle allocazioni che stanno sulla curva dei contratti  $c$ .



Infine unendo i tratti più esterni delle varie frontiere del benessere (corrispondenti a tutte le curve dei contratti) si ottiene la *grande frontiera del benessere*, che considera i punti di ottimo paretiano per cui valgono contemporaneamente tutte le condizioni di efficienza.

## 2. Beni pubblici e ottimo paretiano. (Riferimenti C. 5.2)

Supponiamo ora invece che al posto del bene privato X si abbia G un bene di consumo pubblico a là Samuelson (il cui utilizzo non è rivale fra i consumatori) fruibile contemporaneamente dai consumatori ed osserviamo gli eventuali mutamenti nelle condizioni di ottimo. Vedremo in seguito come in generale sia possibile avere anche fattori produttivi pubblici come caso limite di esternalità nella produzione. Per il momento tuttavia ci limiteremo a un bene pubblico solo nel consumo.

Si tratta ora di trovare il livello ottimo di produzione di G e Y e la ripartizione il bene privato tra i consumatori ( $Y^a, Y^b$ ) che massimizzano - nel pieno rispetto delle preferenze individuali - il benessere di un dato soggetto (ad es. B) senza peggiorare la situazione data ( $U^{a*}$ ) dell'altro, rispettando anche i vincoli dati dalle tecniche produttive e dalle dotazioni iniziali dei fattori (L e K).

$$\text{Max } U^b(G, Y^b)$$

$$\text{S.t.: } U^a = U^a(G, Y^a) = U^{a*} \quad \text{Curva di indifferenza di B (preferenze)}$$

$$Y = Y^b + Y^a \quad \text{Vincoli allocazione produzione beni privati}$$

$$G = g(L_g, K_g) \quad \text{Vincoli tecnologie produttive}$$

$$Y = y(L_y, K_y)$$

$$L = L_g + L_y \quad \text{Vincoli delle risorse disponibili}$$

$$K = K_y + K_g$$

**Sostituendo i vincoli allocativi e tecnologici possiamo scrivere il lagrangiano come:**

$$L = U^a(g(L_g, K_g), Y^a, L^a, K^a) - \lambda(U^{b*} - U^b(g(L_g, K_g), y(L-L_g, K-K_g)-Y^a, L-L^a, K-K^a))$$

Differenziando rispetto al  $L_g$  ed  $Y^a$  otteniamo le seguenti condizioni:

$$\begin{aligned} [L_g] \quad U^a_g G_L &= \lambda(-U^b_g G_L + U^b_y Y_L) && \Rightarrow \frac{U^a_g}{U^a_y} \frac{U^b_g}{U^b_y} \frac{Y_L}{G_L} \\ [Y^a] \quad U^a_y &= \lambda U^b_y && \text{Ovvero } TMS^a_{Y,G} + TMS^b_{Y,G} = TMT_{Y,G} \end{aligned}$$

**Osservando** il problema possiamo notare come non siano intervenuti mutamenti di sostanza nell'ambito della produzione (avendosi a che fare con un bene di consumo pubblico). Possiamo quindi disegnare gli usuali isoquanti che permettono di ottenere dati livello di G e di Y nella medesima scatola di Edgeworth e disegnare una simile *curva dei contratti* t' delle combinazioni efficienti dei fattori nelle due produzioni. L'eguaglianza tra i tassi marginali di sostituzione tecnica  $TMST^x = TMST^y$  indica ancora **efficienza nella produzione**.

Dalla curva dei contratti possiamo nuovamente risalire alla *frontiera della produzione* t. Essa indica le combinazioni massime (G, Y) ottenibili la cui inclinazione  $-dY/dG$  rappresenta il tasso marginale di trasformazione fra Y ed G TMT, ossia il costo di opportunità di G in termini di Y per il sistema produttivo.

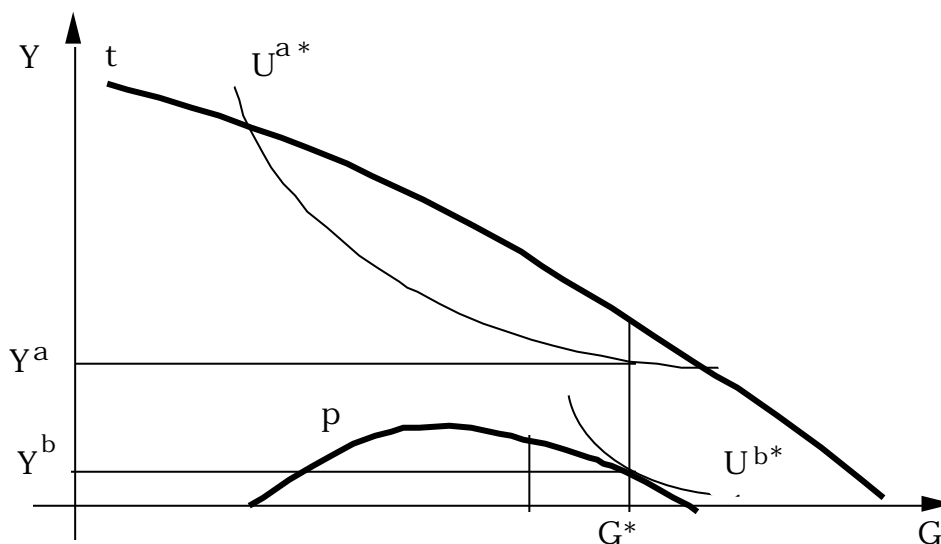
Tuttavia date le caratteristiche del bene pubblico le funzioni di utilità saranno ora funzioni della medesima quantità disponibile G del bene pubblico:  $U^a = U^a(Y^a, G)$  e  $U^b = U^b(Y^b, G)$ . Di conseguenza, non è più possibile utilizzare la scatola di Edgeworth e *non vale più la condizione*

di efficienza nel consumo dei beni privati; ovvero l'eguaglianza tra i tassi marginali di sostituzione tra bene pubblico e privato  $TMS^a = TMS^b$ . Dato che  $TMS^a$  e  $TMS^b$  rappresentano ancora i costi di opportunità di G per i due individui ne segue che il prezzo relativo in termini di Y possa essere in genere differente per i due consumatori, ovvero  $P_G^a/P_Y \neq P_G^b/P_Y$ .

In corrispondenza della curva di trasformazione t possiamo comunque disegnare le curve di indifferenza  $U^a$  dell'agente A tra le varie combinazioni di bene pubblico (fruito congiuntamente a B) e privato (a sua esclusiva disposizione).

Facendo riferimento ad una data curva di indifferenza  $U^a(G, Y) = U^{a*}$  possiamo individuare in corrispondenza ai diversi valori di G le quantità di bene privato Y che possono essere consumate da B ( $Y^b \geq 0$ ) mantenendo A sulla medesima curva di indifferenza  $U^{a*}$ , individuando la curva p delle possibilità di consumo privato di B.

La funzione p delle possibilità di consumo privato di B è quindi pari alla differenza tra la frontiera della produzione e la curva di indifferenza di A. Essa ha un'inclinazione  $-dY/dG (= TMT - TMS^a)$  pari alla differenza tra il tasso marginale di trasformazione e quello di sostituzione di A) che indica la quantità addizionale di bene privato attribuita a B in corrispondenza di un'unità addizionale di spesa pubblica G, ferma restando l'utilità dell'individuo A al livello  $U^{a*}$ .



L'utilità di B sarà massima in corrispondenza del punto di tangenza della sua curva di indifferenza  $U^b$  con la funzione delle possibilità di consumo privato p. Tale allocazione dei beni è efficiente, sicchè l'ottimalità paretiana richiede ora la seguente condizione di **efficienza complessiva**  $TMT = TMS^a + TMS^b$ .

Quindi la cui somma dei costi di opportunità di G per i due individui ( $TMS^a$  e  $TMS^b$  ovvero i prezzi relativi del bene pubblico in termini di Y  $P_G^a/P_Y$  e  $P_G^b/P_Y$ ) deve essere pari al costo di opportunità di G per il sistema produttivo  $(P_G^a + P_G^b)/P_Y = P_G/P_Y$ . Questo risultato come i precedenti possono essere generalizzati in presenza di più operatori. In pratica, la somma dei costi di opportunità di G (in termini di un bene privato) di tutti i consumatori deve essere pari al costo di opportunità di G per l'intero sistema economico.

Finora con la nostra analisi abbiamo trovato solo un ottimo paretiano. Infatti ad ogni curva di indifferenza di A che interseca la frontiera di produzione corrisponde una allocazione ottima del bene pubblico e privato fra i consumatori. Abbiamo quindi anche in questo caso infiniti ottimi paretiani sulla *grande frontiera del benessere*. In particolare, in ogni punto sulla curva t

abbiamo diverse allocazioni efficienti nel consumo del bene pubblico e di quello privato  $Y$  ( $=Y^a+Y^b$ ) fra i due consumatori (A e B) e quindi infinite combinazioni dei livelli di utilità da rappresentare su una *frontiera del benessere*. Prendendo i tratti più esterni delle varie frontiere del benessere (corrispondenti a punti della curva di trasformazione) otteniamo la *grande frontiera del benessere*.

Un'altra caratteristica attribuita al bene pubblico la *non escludibilità* (ovvero l'impossibilità di regolare od impedire il consumo del bene ai singoli consumatori) non ha influenza sulle condizioni di ottimo. Infatti, le condizioni di ottimo paretiano di un bene di consumo escludibile ma non rivale restano le precedenti. Viceversa per un bene rivale nel consumo non escludibile continuano a valere le condizioni di ottimo del bene privato. Esistono naturalmente anche beni con caratteristiche solo parzialmente pubbliche, che esamineremo in seguito.

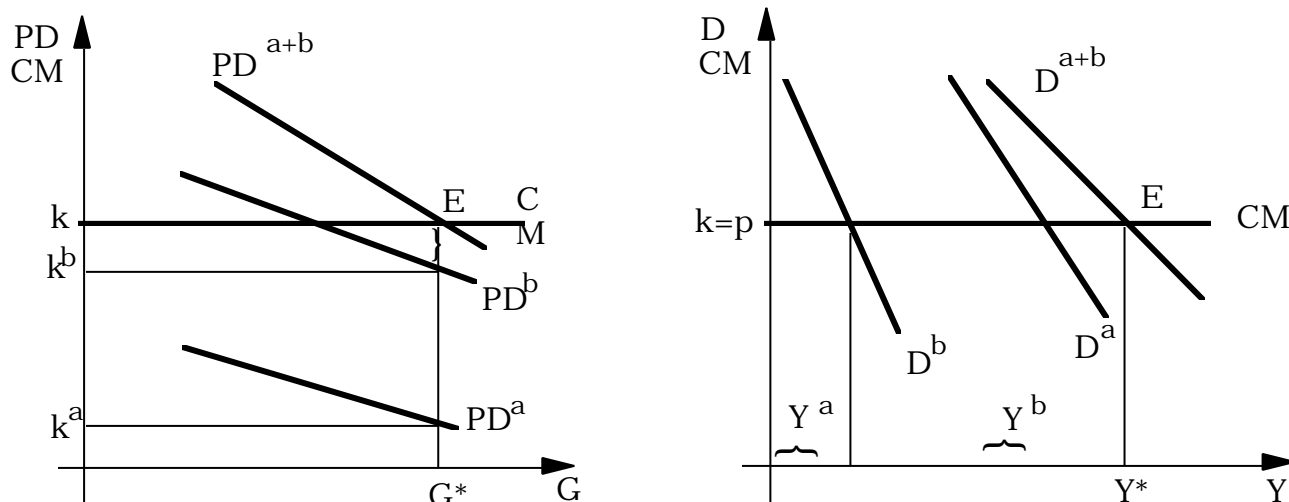
Analogamente un bene di consumo è intrinsecamente pubblico date le sue caratteristiche, indipendentemente che lo Stato ne sia il produttore od il finanziatore. Nel contempo tali caratteristiche intrinseche possono mutare con lo sviluppo della tecnologia.

#### 4. Beni pubblici ed esternalità: mercato ed intervento pubblico.

In quel che segue mostreremo come in presenza di beni pubblici (e di esternalità) i meccanismi di mercato non risultino efficienti dal punto di vista allocativo, ricorrendo ad una semplice analisi di equilibrio parziale.

Consideriamo un bene pubblico, anche ammesso che il bene sia escludibile ed esistano operatori privati disposti a produrlo ed offrirlo sul mercato, il costo della fornitura ad un individuo aggiuntivo avrebbe costo nullo. Non sarebbe quindi ottimale l'esclusione. Se il consumo del bene pubblico è eguale per tutti gli individui il beneficio marginale può essere diverso e quindi i prezzi non possono essere eguali ma devono essere diversificati e pari ai benefici marginali. Quindi, con un prezzo unico il mercato è inefficiente, salvo casi particolari.

Questo ragionamento può essere illustrato confrontando domanda ed offerta nel caso di bene privato e pubblico. Si noti infatti come le domande dei beni privati  $D$  si sommino orizzontalmente, in corrispondenza di un dato prezzo, e le *pseudo-domande* del bene pubblico  $PD$  si sommino verticalmente, in corrispondenza di date quantità.



Nel caso del bene pubblico (a differenza di quello privato in condizioni di concorrenza perfetta) infine il consumatore avrebbe convenienza a comportarsi strategicamente da free-rider

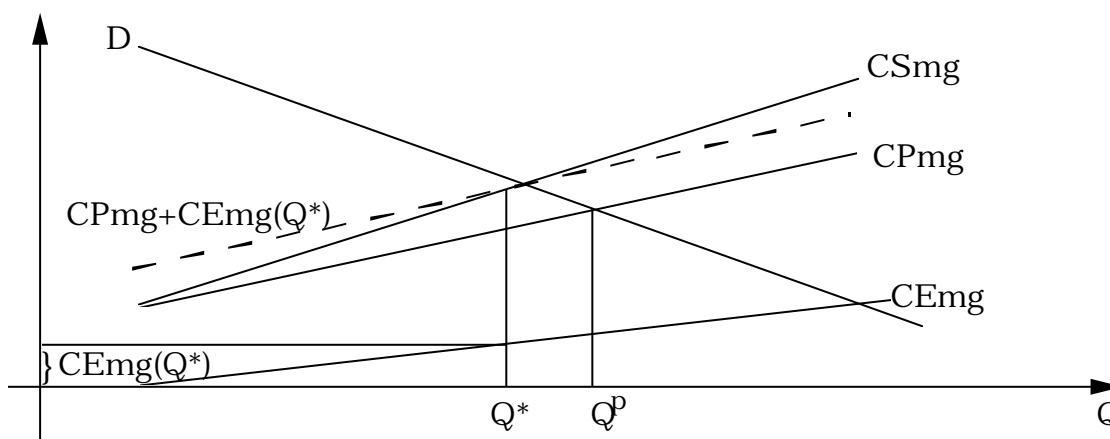


(specie se non è possibile l'esclusione). In pratica potrebbe non rivelare correttamente le proprie preferenze per addossare ad altri una maggior parte del costo, rendendo così molto difficoltosa una corretta attribuzione dei prezzi personalizzati.

La conseguente impossibilità di applicare un prezzo volontario richiede la riscossione coattiva del tributo. Questo aspetto legato alla problematica della domanda di beni pubblici, costituisce la critica più devastante agli schemi volontaristici dell'equilibrio finanziario. Ciò che rileva in questa sede è l'impossibilità per il mercato di risolvere il problema e quindi la non applicabilità dei teoremi fondamentali del benessere a questo caso.

Ma il bene pubblico è solo un caso estremo di esternalità. Esiste un problema di esternalità quando il consumo o la produzione di dati beni comporta costi o benefici per individui diversi dai loro consumatori o produttori. Queste *esternalità tecnologiche*, che modificano le possibilità tecniche di produzione e consumo, non devono essere confuse con quelle *monetarie* che influenzano unicamente i prezzi. Un esempio tipico di esternalità negativa nella produzione è l'inquinamento. In questo caso, in assenza di vincoli normativi o sociali, il produttore privato tiene conto solo dei propri costi privati di produzione  $CP_{mg}$ . Ne segue una sovrapproduzione del bene rispetto ai costi sociali  $CS_{mg}$  (somma di quelli privati  $CP_{mg}$  e di quelli esterni causati a individui diversi dal produttore  $CE_{mg}$ ).

Per semplificare l'esposizione possiamo supporre che l'emissione sia proporzionale al livello produttivo  $E = e \cdot Q$ . Per far sì che il livello di produzione coincida con  $Q^*$  (quello ottimo dal punto di vista della collettività) è necessario che il produttore sostenga i costi dell'esternalità  $CE_{mg}(Q^*)$ , ad esempio con un'imposta pari a  $CE_{mg}(Q^*)$ .

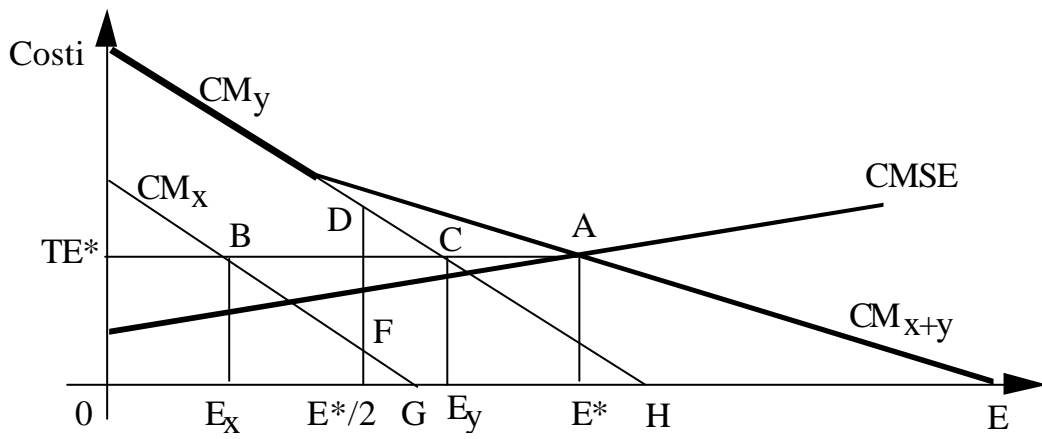


In tal modo il costo esterno sarebbe internalizzato ed al limite il danneggiato potrebbe essere risarcito del danno subito. Lo stesso risultato viene raggiunto se il produttore riceve un sussidio unitario di pari entità  $CE_{mg}(Q^*)$  purché non produca quantità maggiori di  $Q^*$ . In quest'ultimo caso, tuttavia, lo Stato dovrà finanziare tale sussidio attraverso imposte addizionali su altri beni e/o servizi, opportunità che si rivelerà più difficoltosa in assenza di imposte in somma fissa e comporterà un costo aggiuntivo in termini di distorsione del sistema economico.

Si noti come, l'analisi precedente presupponga informazioni complete su costi e benefici, funzioni difficili da quantificare da parte dell'autorità. Mantenendo tale presupposto, Coase mostra come un effetto esterno (nel consumo o nella produzione) non richieda necessariamente un intervento correttivo tipo imposte-sussidi a là Pigou.

Il mercato sarebbe in grado di risolvere il problema una volta assegnati i diritti su tutte le risorse ad uno degli utilizzatori (in questo caso al produttore che inquina, o al danneggiato dall'inquinamento), di modo che il costo esterno venga internalizzato. Se viene riconosciuto il diritto ad inquinare, il danneggiato sarà indifferente tra offrire un importo unitario di pari entità  $CEmg(Q)$  purché questa riduca le quantità prodotte al di sotto di  $Q$ . Tale importo sarà vantaggioso per l'impresa per quantità maggiori od eguali a  $Q^*$ . Viceversa, se si riconosce il diritto del danneggiato esso dovrà essere rimborsato di un importo pari  $CEmg(Q)$  e il produttore non avrà alcun incentivo a produrre quantità maggiori di  $Q^*$ . Naturalmente, le due possibilità non sono indifferenti dal punto di vista distributivo, ma solo da quello allocativo (ovvero dell'efficienza). Inoltre, nella realtà si può ridurre l'inquinamento anche senza modificare la produzione attraverso adeguati investimenti tecnologici (ad es. in depuratori). Questi hanno però di norma costi marginali differenti e sorge il problema di ottimizzarli nel loro complesso. Seguendo il suggerimento di Coase è stato proposto l'uso di *diritti trasferibili* (assegnati inizialmente dallo Stato) e la creazione di un mercato per il loro scambio tra le imprese. Alcune imprese potrebbero così emettere esternalità in misura maggiore alla loro dotazione iniziale acquistandoli sul mercato, ma nel complesso l'esternalità sarebbe vincolata al livello totale ottimo assegnato inizialmente. In presenza di informazioni complete è indifferente operare con imposte alla Pigou o con i *diritti trasferibili*. Tale risultato è noto come teorema di Coase.

Per illustrarlo, consideriamo il caso di due imprese (x e y) aventi costi marginali di riduzione delle emissioni inquinanti E differenti e chiediamoci quale sia la sua riduzione ottimale per l'economia.



Sia inizialmente l'emissione complessiva sarebbe pari a  $0E = 0G + 0H$ , quando il costo privato di emissione è nullo. Si tratta di un livello superiore a quello ottimo  $0E^*$ , risultante dall'incontro tra costo marginale dell'esternalità per la collettività  $CMSE$  e della sua riduzione per l'economia  $CM_{x+y} = CM_x + CM_y$  (somma dei costi delle imprese x e y). Imporre un'imposta unitaria  $TE^*$  o assegnare un ammontare complessivo di *diritti trasferibili* pari a  $0E^*$  avrà come risultato un'emissione da parte delle imprese pari rispettivamente a  $0E_x$  ed  $0E_y$  o una valutazione del diritto sul mercato pari a  $TE^*$  ( $=CM_x = CM_y$ ). Invece, con diritti non trasferibili, equipartiti tra X e Y (come in fig.) non si raggiunge l'allocatione ottima, dato che non si eguagliano i costi marginali  $CM_x \neq CM_y$ .

I problemi maggiori del teorema di Coase sono di natura pratica e dipendono dal fatto che ipotizza *conoscenze complete* e trascura: (a) i costi della negoziazione tra le parti (che sono in

generale crescenti al crescere degli operatori economici interessati), (**b**) il costo per lo Stato di amministrare e far rispettare i diritti, (**c**) la presenza di comportamenti strategici e (**d**) il problema redistributivo e delle distorsioni (dovuti a mercati imperfetti e l'esistenza di imposte).

In presenza di informazione imperfetta le soluzioni private e pubbliche non ottengono gli stessi risultati. L'intervento pubblico è probabilmente auspicabile quando non sono soddisfatti i requisiti presupposti dal *teorema di Coase*. Possiamo partire proprio da questo teorema per riformulare una teoria dell'intervento pubblico correttivo dei risultati conseguiti da mercati imperfetti o incompleti.

In particolare, il *teorema fondamentale del non decentramento* (di Greenwald e Stiglitz) mostra come l'asserzione che lo Stato non possa fare meglio del mercato sia falsa nel contesto di mercati con scambio imperfetto di informazioni. L'intervento correttivo dello Stato, in questi mercati dove prevalgono elementi di tipo assicurativo e/o di eterogeneità qualitativa dei prodotti, diviene un fatto sistematico, ed una condizione di base per un funzionamento più efficiente del mercato.

Assumiamo che anche il governo abbia informazioni imperfette e debba sostenere costi di ricerca o di informazione ed esaminiamo l'asimmetria informativa relativa alle caratteristiche qualitative dei beni. Ad es. la qualità di un prodotto non è nota in situazioni di **moral hazard** con azione nascosta (ad es. se lo sforzo del venditore non è osservabile), o **adverse selection** (ad es. se la caratteristica del bene è un'informazione privata) quando gli acquisti non sono ripetuti nel tempo. Per fornire un efficace intervento pubblico è utile distinguere innanzitutto tre tipi di beni: 1) "*search goods*", quando il consumatore conosce la qualità prima dell'acquisto, o viene garantito (warranty goods); 2) "*experience goods*", se il consumatore apprende la qualità dopo l'acquisto; 3) "*credence goods*", quando la qualità resta sconosciuta (che per semplicità trascuriamo).

Nel caso dei *search goods* anche se talvolta la presenza di informazione asimmetrica può risultare nel completo fallimento del mercato (non vi è commercio anche se sono possibili scambi vantaggiosi) non è sempre necessario un intervento regolamentatore esterno. Infatti, i problemi possono essere efficacemente attenuati dalla presenza di garanzie, che servono da assicurazione per gli acquirenti segnalando la qualità del prodotto, o dall'effetto reputazione (del venditore).

Considerando il problema della qualità eterogenea con *experience good*, se le autorità hanno informazioni migliori sulla qualità dei prodotti ed esprimono preferenze collettive si rientra nella casistica dei *beni meritori*. Assumiamo quindi che l'autorità abbia le stesse informazioni del consumatore. I risultati di un intervento pubblico potrebbero essere ottenuti seguendo l'impostazione di Coase con validi contratti privati che prevedano e regolino anticipatamente ed esaustivamente tutte le possibili evenienze. Questi tuttavia, per essere efficienti, richiedono informazione perfetta e assenza di costi negoziali. In presenza di informazione imperfetta e qualità eterogenea, un equilibrio (privato) non solo non è Pareto-efficiente, ma neppure *Pareto-efficiente-vincolato*, cioè efficiente data la struttura informativa, essendovi delle esternalità che non possono essere corrette. Ad es. i clienti più informati producono esternalità positive e

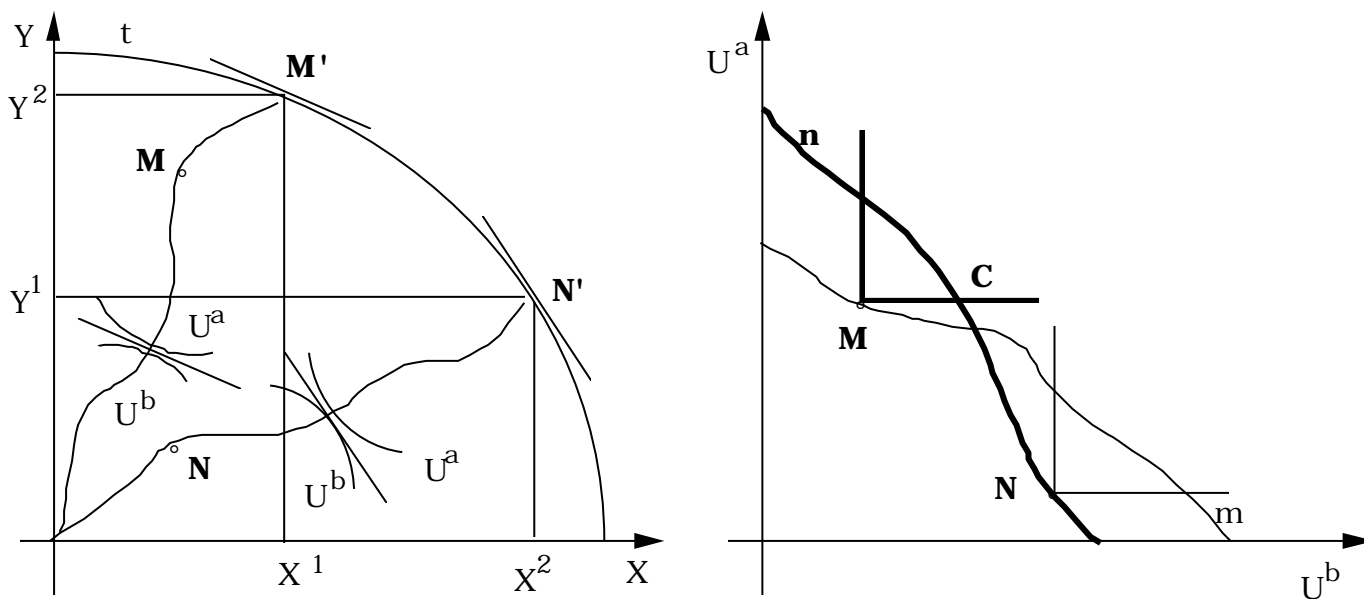
l'intervento pubblico può far crescere il benessere, riducendo il costo privato dell'informazione. L'intervento pubblico può quindi migliorare l'allocazione di mercato.

Questo è un caso particolare del *teorema fondamentale del non decentramento* (di Greenwald e Stiglitz), che indica come un'allocazione efficiente vincolata delle risorse sia conseguibile dal mercato solo applicando un appropriato schema correttivo imposte-sussidi. In sostanza, dato un equilibrio privato esiste un vettore di tasse/sussidi che lascia inalterato il livello di utilità dei consumatori ed accresce le entrate dello Stato. Poiché nella realtà non esiste un insieme completo di mercati, le conoscenze degli operatori sono imperfette, l'informazione è costosa ed esistono molti elementi di assicurazione, il teorema del non decentramento suggerisce che si possono spesso ottenere miglioramenti paretiani con l'intervento pubblico.

**4. La valutazione del benessere collettivo, equità e “bliss point”**

Per poter valutare in concreto i diversi stati del mondo raggiungibili dal sistema economico misto (dove il benessere può aumentare per alcuni e diminuire per altri) anche interni alla grande frontiera delle utilità (essendo spesso gli strumenti dell'autorità pubblica imperfetti) è necessario disporre di strumenti in grado di fornire risposte precise in casi non comparabili in termini miglioramento paretiano.

A tal fine Kaldor ed Hicks propongono il criterio di compensazione. In pratica, tra due situazioni sarebbe socialmente preferibile quella in cui gli operatori avvantaggiati sono in grado di compensare pienamente tutti coloro che subiscono delle perdite, pur restando in una posizione migliore di quella di partenza. Questo criterio non ha in generale implicazioni redistributive perchè il compenso non deve necessariamente essere pagato, basta la possibilità astratta di compensare coloro i quali sono danneggiati dal passaggio dalla situazione M alla N (che nel nostro esempio è socialmente preferibile). Infatti, poichè la situazione N si trova sulla curva dei contratti che corrisponde ad esempio al punto N' sulla frontiera delle possibilità produttive con la compensazione è possibile raggiungere tutti i punti sulla frontiera delle utilità n e quindi anche il punto C che rappresenta un miglioramento paretiano rispetto a M.

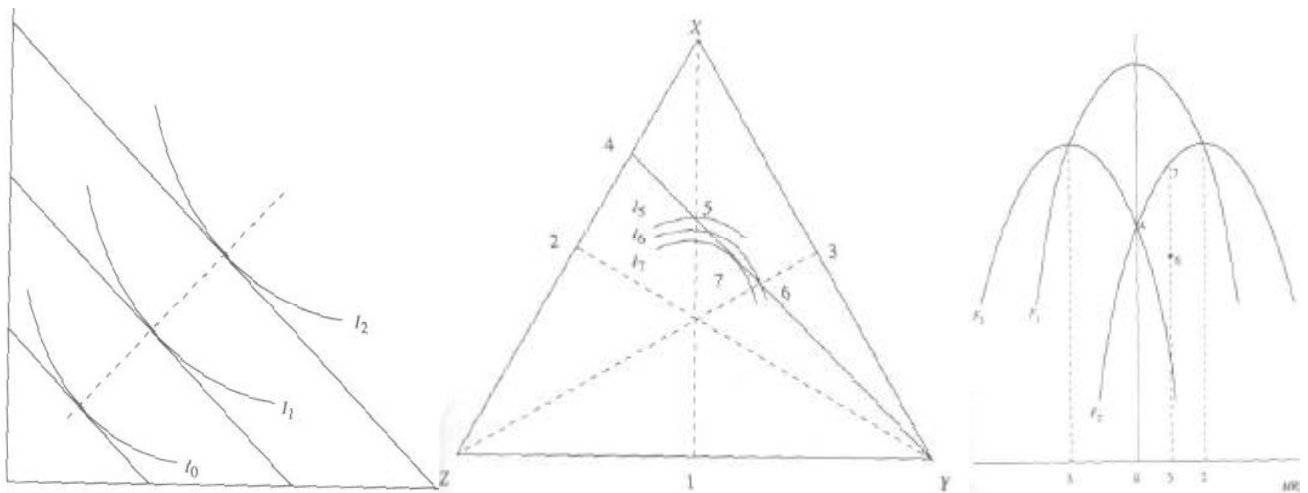


Come evidenziato da Scitovsky tuttavia è possibile anche una situazione paradossale dove M sia a sua volta socialmente preferibile ad N sulla base del criterio di compensazione. Ciò si verifica ad esempio quando M si colloca su di una frontiera delle utilità  $m$  che passa al di sopra di N e comprende quindi punti che rappresentano un miglioramento paretiano rispetto a N. Per ovviare a tale paradosso è stato proposta una doppia applicazione del criterio volta ad escludere che il compenso potenziale dei danneggiati sia in grado di bloccare lo spostamento. Tuttavia, anche se così si amplia la confrontabilità degli stati del mondo non si è in grado di valutare problemi redistributivi essendo i punti sulla  $n$  considerati socialmente indifferenti rispetto ad N. Non si effettuano confronti interpersonali; ad es. un forte aumento di benessere per A può compensare una piccola riduzione di benessere per B.

**5. Cenni sul *second best*.**

L'impossibilità di effettuare trasferimenti di tipo *lump sum* implica inoltre una situazione di *second best*, nella fornitura di beni pubblici e nella regolamentazione della produzione privata. Il problema si trasforma allora nella scelta di strumenti distorsivi ottimali, con cui alterare il comportamento degli agenti al fine di conseguire un'allocatione ottima ma di *second best*, ricorrendo ad una rinnovata teoria del benessere in un contesto di informazione imperfetta.

In parte abbiamo già evidenziato alcune conseguenze dell'impossibilità di utilizzare trasferimenti *lump sum* considerando gli ottimi paretiani vincolati, ovvero la frontiera non convessa e fortemente asimmetrica (come a pag. 39), generata redistribuendo attraverso un'imposta distorsiva sul reddito. Quando dei vincoli limitano il funzionamento del sistema economico e/o l'intervento pubblico raggiungere alcune delle condizioni di ottimo paretiano non implica necessariamente un aumento di benessere. Ad esempio se in un mercato a causa della presenza di poteri monopolistici il prezzo è maggiore del costo marginale imporre negli altri mercati l'eguaglianza prezzo costo marginale non è la soluzione ottima anche quando possibile. Più vantaggiosa, in termini di benessere, è la soluzione dove vale l'eguaglianza tra rapporto tra prezzi e tra costi marginali, in quanto evita di distorcere le scelte degli operatori economici. Tale situazione è rappresentata nelle prime due figure a sinistra.



Partendo dalla eguaglianza TMS e rapporto tra i prezzi (tutti unitari per ipotesi) l'ottimo consiste in equi consumo dei tre beni. L'incontro delle rette nel triangolo equilatero (dove i

segmenti tangenti ai tre lati hanno sempre somma pari all'altezza) nel baricentro indicano tale condizione. Le curve di indifferenza all'interno del triangolo sono dati da cerchi concentrici aventi quindi il massimo nel baricentro. Supponiamo ora che il sistema economico sia vincolato ad un rapporto tra i prezzi tra  $X$  e  $Z$  indicato dalla retta  $YB'$ . Rispettare alternativamente una delle altre condizioni di ottimo  $XA$  o  $ZC$  ci porta alle soluzioni  $E'$  o  $E''$  che danno un livello di utilità inferiore alla  $E^\circ$  dove nessuna delle condizioni di first best è rispettata.

Questo è in pratica il messaggio derivante dalla teoria del *second best*: le condizioni di first best valgono solo se realizzate contemporaneamente su tutti i mercati, (ii) realizzate in modo parziale non conducono necessariamente al massimo benessere vincolato, i.e. ad un ottimo paretiano vincolato.

Tuttavia le indicazioni di first best possono comunque tornare di notevole qualche utilità se ignoriamo la direzione nella quale si verifica la distorsione (TMS-TMT) che dal massimo benessere  $W^*$  può portarci alternativamente in  $W'$  o in  $W''$ . Nel seguito supporremo come usale che il benessere diminuisca in modo crescente al crescere della distorsione (i.e. allontanandosi dal punto di ottimo; pari rispettivamente a 0 per  $F^*$ , a B per  $F'$  ed a C per  $F''$ ).

In generale una deviazione a destra (rispetto al first best) in A con un benessere  $W'$  (che ci conduce in B e quindi a  $W'$ ) è ottima solo se la funzione del benessere di second best è  $F'$  e non  $F''$ . Se non sappiamo quale sia la situazione effettiva è meglio non discostarsi da 0 ed accettare un benessere pari a  $W^\circ$  (inferiore a  $W^*$ ) piuttosto che rischiare di ottenere  $W^\wedge$ .